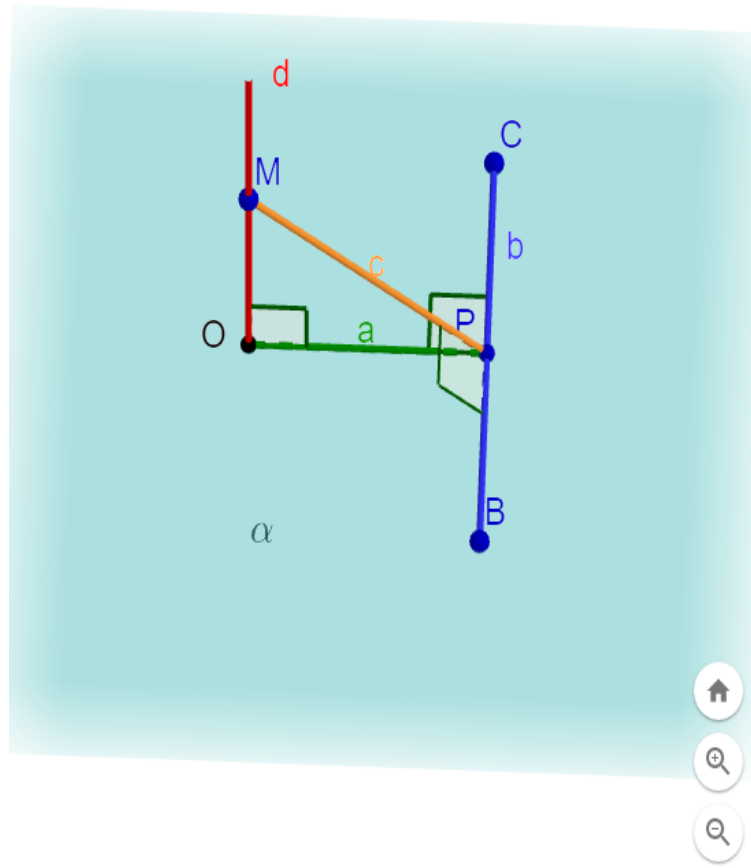


# Teorema celor trei perpendiculare-Activitate metodică pentru clasa a VIII-a

## 1. Prezentarea teoriei



☒ T3p   ☒ R1T3p   ☒ R2T3p  
☒ T3p   ☒ R1T3p   ☒ R2T3p

### Teorema celor trei perpendiculare

Daca:  
 $d \perp \alpha, d \cap \alpha = \{O\}$   
 $a \subset \alpha, O \in a$   
 $a \perp b, b \in \alpha, a \cap b = \{P\}$   
 $M \in d,$   
 atunci  
 $MP \perp b.$

### Reciproca 1

Daca:  
 $d \perp \alpha, d \cap \alpha = \{O\}$   
 $a \subset \alpha, O \in a$   
 $b \subset \alpha, a \cap b = \{P\}$   
 $M \in d, MP \perp d,$   
 atunci:  
 $a \perp b.$

### Reciproca 2

Daca:  
 $d \perp a, d \cap \alpha = \{O\}$   
 $a, b \subset \alpha$   
 $a \perp b, a \cap b = \{P\}$   
 $M \in d, MP \perp b,$   
 atunci:  
 $d \perp \alpha.$

### T3p:

$a, b \subset \alpha$   
 $d \perp \alpha$   
 $a \perp b,$   
 atunci  
 $c \perp b$

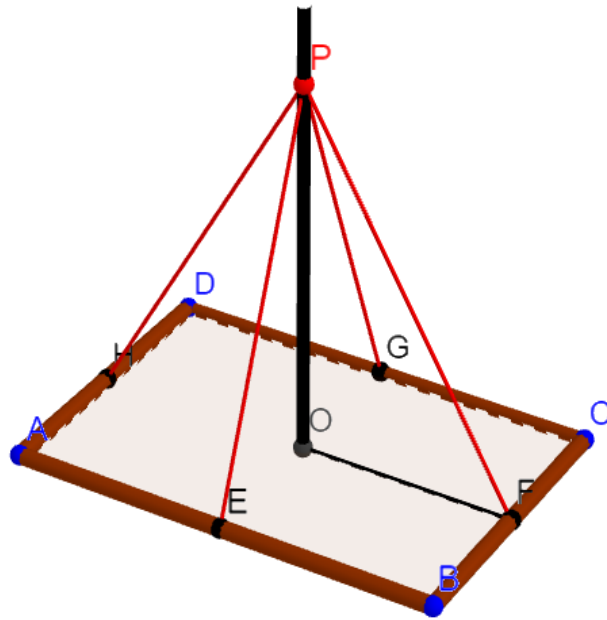
### R1T3p:

$a, b \subset \alpha$   
 $d \perp \alpha$   
 $c \perp b,$   
 atunci  
 $a \perp b$

### R2T3p:

$a, b \subset \alpha$   
 $d \perp a$   
 $a \perp b$   
 $c \perp b,$   
 atunci  
 $d \perp \alpha$

## 2. Exemplu de problema cu teorema directa



În desenul alăturat este reprezentat, schematic, un stalp al unei turbine eoliene și o bordură de beton de forma dreptunghiulară ABCD de care trebuie să-l ancorăm. Stalpul este amplasat perpendicular pe sol, în centrul O al dreptunghiului și trebuie ancorat de la o înălțime de 10 metri de toate laturile bordurii. Dacă  $AB=12\text{m}$  și  $BC=8\text{m}$ , să se afle lungimea minimă a cablurilor de ancorare și punctele de unde trebuie prinse acestea de beton.

### Soluție:

Ducem  $OF \perp BC$ ,  $F \in (BC)$ .

OF este linie mijlocie în  $\triangle ABC$ , deci  $OF = \frac{AB}{2} = 6\text{m}$ .

$PO \perp (ABC)$

$OP \perp BC$

$OP, BC \subset (ABC)$ ,

deci  $PF \perp BC$

Din  $\triangle POF$ , cu teorema lui Pitagora, reiese că  $PF=8\text{m}$ .

**T3p:**

$a, b \subset \alpha$

$d \perp \alpha$

$a \perp b$ ,

atunci

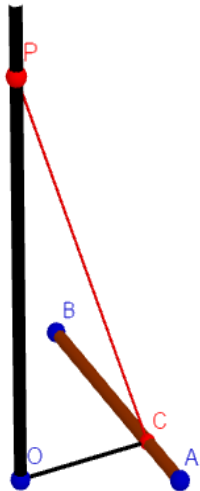
$c \perp b$

- ☒ Arata enunt
- ☒ Arata solutia
- ☒ Arata teorema
- ☒ Arata tema

### Tema:

- a) Aceeași problemă când stalpul este situat pe mijlocul laturii AD
- b) Aceeași problemă în cazul în care considerăm stalpul un schelet metalic în forma unei prisme patrulateră regulate cu baza un pătrat de latură  $l=1\text{m}$ .

### 3. Un exemplu de problema cu prima reciproca



Stalpul PO este situat perpendicular pe planul pamantului si este ancorat de o bordura de beton prin intermediul cablului de lungime minima PC. Cunoscand  $PO=12\text{m}$ ,  $PC=13\text{m}$ , sa se afle distanta de la baza stalpului la bordura.

#### Solutie:

Deoarece cablul PC are lungime minima, inseamna ca  $PC \perp AB$ .

Aplicam prima reciproca a T3p.

$PO \perp (AOB)$

$PC \perp AB$

$OC, AB \subset (OAB)$

$\Rightarrow OC \perp AB$ .

Asadar distanta cautata este OC.

Din  $\triangle POC$ , cu teorema lui Pitagora, reiese ca  $OC=5\text{m}$ .

- ☒ Arata cerinta
- ☒ Arata solutia
- ☒ Arata reciproca

**R1T3p:**

$a, b \subset \alpha$

$d \perp \alpha$

$c \perp b$ ,

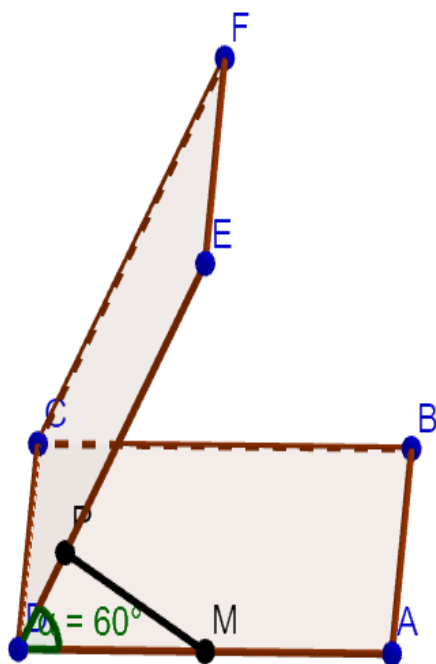
atunci

$a \perp b$

4. Un exemplu de problema cu a doua reciproca

Sa se gaseasca lungimea minima a tijei MP de sustinere a capotei, atunci cand aceasta este deschisa la un unghi de 60, M mijlocul AD si  $AD=80$  cm.





Reprezentam planul capotei si planul motorului prin doua dreptunghiuri cu o latura comuna si  $AD=80$  cm ca in imaginea alaturata. Unghiul format de capota cu planul motorului este unghiul plan  $\angle PDM=60^\circ$ , corespunzator unghiului diedrului format.

Trebuie sa gasim lungimea celui mai scurt segment MP cu  $P \in (DCF)$ ,  $M$ -mijlocul AD

Ducem  $MP \perp DE$  si aratam, folosind R2T3p ca  $MP \perp (DCF)$ .

$MP \perp DE$

$PD \perp DC$

$DM \perp DC$

$DE, DC \subset (DEF)$ .

Asadar, rezulta ca  $MP \perp (DEF)$ .

Lungimea tijei MP se afla din  $\triangle MPD$  dreptunghic.

**R2T3p:**

$a, b \subset \alpha$

$d \perp a$

$a \perp b$

$c \perp b$ ,

atunci

$d \perp \alpha$

☒ Arata reciproca

☒ Arata tema

**Tema:**

Aceeasi problema cand unghiul dintre capota si planul motorului este de  $75^\circ$ .